

26 לבדידה

$$a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$$

מצאת משוואה זנוכחת נכסיה עם 3 פתרונות:

$$a_0 = 4 \quad a_1 = 3 \quad a_2 = 7$$

$$\begin{aligned} X^3 &= 2X^2 + X - 2 \\ X^3 - 2X^2 - X + 2 &= 0 \\ X^2(X-2) - (X-2) &= 0 \\ (X-2)(X-1)(X+1) &= 0 \\ X_1 = 2; X_2 = 1; X_3 = -1 \end{aligned}$$

משוואת הפולינום הראשוני:

$$a_n = a \cdot 2^n + b + c(-1)^n \quad \text{פתרון כללי}$$

פתרון כללי: $a=1, b=2, c=1$

$$\begin{cases} a+b+c=4 & k=0 \\ 2a+b-c=3 & k=1 \\ 4a+b+c=7 & k=2 \end{cases}$$

$$a_n = 2^n + 2 + (-1)^n$$

שיטת ברונוי וקירוס שונים במוניכי של פולינום

תהיה $X^n = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_{n-1}X^{n-1}$ משוואה פולינומית ממעלה n

שיש לה n שורשים שונים X_1, \dots, X_n כאשר X_1 שבו נחזיק

התקוטטו של n יותר הפתרונות

משוואת הנכסיה המתאימה: $a_{k+k} = a_0 a_{k+1} + a_1 a_{k+2} + \dots + a_{n-1} a_{k+n-1}$

פתרון כללי: $a_k = C_1 X_1^k + C_2 X_2^k + \dots + C_n X_n^k$ מתקיימים

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{C_1 X_1^{k+1} + \dots + C_n X_n^{k+1}}{C_1 X_1^k + \dots + C_n X_n^k} \Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{a_{k+1}}{a_k} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{C_1 X_1 + \frac{C_2 X_2^{k+1}}{X_1^k} + \dots + C_n \frac{X_n^{k+1}}{X_1^k}}{C_1 + \frac{C_2 X_2^k}{X_1^k} + \dots + C_n \frac{X_n^k}{X_1^k}} = X_1$$

כיוון של $|X_1|$ שבו נחזיק יותר השורשים $0 < \left(\frac{X_i}{X_1}\right)^k$

נקי כפי נמצא קירוס של a נחשב כמה (לפי הזכרון) איברים של הסדרה ונחשב

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} \quad \text{את}$$

משוואת פיתרון ~~הזכרון~~ מקורק של $X^3 = X^2 + X + 1$ נכסיה (כסיה)

$$a_{k+3} = a_{k+2} + a_{k+1} + a_k$$

החזקה שכתבתי: $0, 1, 1, 2, 4, 7, 13, 24, 44, 81, 149, 274$

$$\frac{274}{149} \approx 1.8389, \frac{149}{81} \approx 1.8395 \quad \text{פתרון} \approx 1.839$$

שאלות מבחן לפני שנתיים

שאלה 6: הבה מחזרות בטור n מסו $1, 2, 3, 4$ יש ק שאן ∞ או 0 ?

נכונ הפתרון $n - a_n$. מכל המחזרות הנצו המתחיות הכפרה שינה 0 הטו

$a_n = 4a_{n-1} + 3a_{n-2}$: $3a_{n-2}$ $4a_{n-1}$ (כי יש 4 כפרות האזה), ושמתיחות הם יש

טעו. התחזה: $a_1 = 5, a_0 = 1$

משוואת הפיצול האופיני $x^2 = 4x + 3$
 $0 = x^2 - 4x - 3 \Rightarrow x_1 = 2 + \sqrt{7}$
 $x_2 = 2 - \sqrt{7}$

$a_n = a(2 + \sqrt{7})^n + b(2 - \sqrt{7})^n$. $n=0 \quad a+b=1 \rightarrow a=1-b$
 $n=1 \quad a(2 + \sqrt{7}) + b(2 - \sqrt{7}) = 5$
נמצא את a ו- b וזהו הפתרון.

שאלה 7: (ההשטות שאלה 6) מיצא קיתח ∞ ספרה אחרי התל $\sqrt{7} - 8$

משוואת הפיצול יש שאלה 6: $a_n = 4a_{n-1} + 3a_{n-2}$ (היחס יהיה $2 + \sqrt{7}$ או $2 - \sqrt{7}$)

איברי הכפרה והכופים: $1, 5, 23, 107, 497$

\otimes חשבו את $\sqrt{3}$: הפתרון הטוב: $x^2 = 3$ משוואת פיצול $a_{n+2} = 3a_n$

והכפרה כנויה $n-2$ כפרות כזו תזויות ק ~~היחס~~ ^{היחס} עוקקים על מתכנסים.

צדדי: $1, 2, 3, 6, 9, 18, \dots$

\Leftarrow העברנו נכשרת כי יש שני שורשים שונים ושונים במרחב המוחם - אין

שיש צומיני!

אכן, כנויה משוואה ששורשיה $1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}$ $x^2 = 2x + 2$

שאלה 9: כמה ריבועים יהיה מסובל מאח שקובקוניהם נקבות ביצ?

כמז: היכן הפינה השמאלית התחתונה של ריבוע $a \times a$?

הפתרון: $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

המטרה בדידו 26: תורת הגרפים

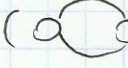
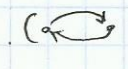
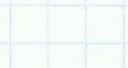
ג'ף: $G = \langle V, E \rangle$ (סימון מקובל $G = (V, E)$)

מורכב מתקוצה (כופית) V של קודקודים (או צמתים) וקוצה (כופית) E של קשתות (או מקצועות) כאשר לכל קשת צמד קודקודי קצב.

מכונים בין גרף מכוון שבו הקוצות ישירות מסב צב, זכין שרף



רף מכוון שבו הן קוצה של שני איברים או סימטון. אם נא יאמר אחרת צבוק כזוהם נא מכוונים.

כפיאזנה של שרף: הקוצות מוצגים ע"י קוצות (או עיזונים הקנים), והקשתות ע"י קשים או עקמים בין קודקודי הקצה שוק (או חצים כשרף מכוון).


שתי הקשתות בעזרת אותם קצוות נקטאות חבריות (כדוג ) כשרף מכוון נחיון בין קשתות מקבילות () וצמתי חבריות () . השתי שקצותיה סאותו קודקוד הסו מוציור.


דרגה של קודקוד היא מס הקשתות שיש לו. היא קצב שיקן, מסמנח אותה $d(x)$

צבוק הכסדה זואה נמנית פעמיים. כשרף מכוון מכונים בין צמת כניסה $d^-(x)$ וצמת יציאה $d^+(x)$

א מציע: הכיזו שרף שאין בו 2 קודקודים בעלי אותה דרגה. צב'  , 

(מקובל בהצעה $V \neq \emptyset$)

* כנ"ל, שרף בעל 2 קודקודים צפחות - 

* כנ"ל נא זואות: 

! שרף נא זואות ונא קשתות מקבילות נא גרף פשוט

* כנ"ל, שרף פשוט: לא אפשרי! כשרף פשוט בעל 2 קודקודים או יותר יש שני קודקודים בעלי אותה צבוק.


כוכבה: נכמן את מס הקודקודים ב- k . הצבקה (המקסמלית של קודקוד $k-1$, נ

המינימלית 0 (א קודקודים $k-1$ צמות). קודקוד בצבקה $k-1$ מחוקר זכ

טאחכים, וקודקוד בצבקה 0 אינו מחוקר לאלי אחז אחר \leftarrow אם x בצבקה

$k-1$ ו- y בצבקה 0 יוצו $\leftarrow k-1 \leftarrow k-1$

כן $k-1$ לא יתק עם קודקוד בצבקה $k-1$ וצב קודקוד בצבקה 0 , סמקוה צה

מס הקודקודים k , הק' הצבקות האפשרות - $k-1$ וצבי שוקר היוניז 2 קודקודים לאותה צבקה 

משפט: $\sum_{x \in V} d(x) = 2|E|$ (כמה הקצוות של הקשתות)

הגדרת פורמלית (היא שקוונת!) $\chi(G) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2$ (כמה זוגות קשתות)
 (א) הענף v - $E - v$, $\chi(G) = \chi(G - v) + 2d(v)$

הענף v - $E - v$ הוא גרף קשיר. $\chi(G) = \chi(G - v) + 2d(v)$
 הוכחה: $\chi(G) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2 + \lambda_n^2$
 $\chi(G - v) = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2$ (הערות: $\lambda_n = 0$)
 $\chi(G) - \chi(G - v) = \lambda_n^2 = 0^2 = 0$ (אם v הוא ענף קשיר)
 אבל $\chi(G) - \chi(G - v) = 2d(v)$ (אם v הוא ענף קשיר)

הענף v - $E - v$ הוא גרף קשיר. $\chi(G) = \chi(G - v) + 2d(v)$
 הוכחה: $\chi(G) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2 + \lambda_n^2$
 $\chi(G - v) = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2$ (הערות: $\lambda_n = 0$)
 $\chi(G) - \chi(G - v) = \lambda_n^2 = 0^2 = 0$ (אם v הוא ענף קשיר)
 אבל $\chi(G) - \chi(G - v) = 2d(v)$ (אם v הוא ענף קשיר)

הענף v - $E - v$ הוא גרף קשיר. $\chi(G) = \chi(G - v) + 2d(v)$
 הוכחה: $\chi(G) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2 + \lambda_n^2$
 $\chi(G - v) = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2$ (הערות: $\lambda_n = 0$)
 $\chi(G) - \chi(G - v) = \lambda_n^2 = 0^2 = 0$ (אם v הוא ענף קשיר)
 אבל $\chi(G) - \chi(G - v) = 2d(v)$ (אם v הוא ענף קשיר)

הענף v - $E - v$ הוא גרף קשיר. $\chi(G) = \chi(G - v) + 2d(v)$
 הוכחה: $\chi(G) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2 + \lambda_n^2$
 $\chi(G - v) = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2$ (הערות: $\lambda_n = 0$)
 $\chi(G) - \chi(G - v) = \lambda_n^2 = 0^2 = 0$ (אם v הוא ענף קשיר)
 אבל $\chi(G) - \chi(G - v) = 2d(v)$ (אם v הוא ענף קשיר)

הענף v - $E - v$ הוא גרף קשיר. $\chi(G) = \chi(G - v) + 2d(v)$
 הוכחה: $\chi(G) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2 + \lambda_n^2$
 $\chi(G - v) = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2$ (הערות: $\lambda_n = 0$)
 $\chi(G) - \chi(G - v) = \lambda_n^2 = 0^2 = 0$ (אם v הוא ענף קשיר)
 אבל $\chi(G) - \chi(G - v) = 2d(v)$ (אם v הוא ענף קשיר)

הענף v - $E - v$ הוא גרף קשיר. $\chi(G) = \chi(G - v) + 2d(v)$
 הוכחה: $\chi(G) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2 + \lambda_n^2$
 $\chi(G - v) = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2$ (הערות: $\lambda_n = 0$)
 $\chi(G) - \chi(G - v) = \lambda_n^2 = 0^2 = 0$ (אם v הוא ענף קשיר)
 אבל $\chi(G) - \chi(G - v) = 2d(v)$ (אם v הוא ענף קשיר)

הענף v - $E - v$ הוא גרף קשיר. $\chi(G) = \chi(G - v) + 2d(v)$
 הוכחה: $\chi(G) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2 + \lambda_n^2$
 $\chi(G - v) = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2$ (הערות: $\lambda_n = 0$)
 $\chi(G) - \chi(G - v) = \lambda_n^2 = 0^2 = 0$ (אם v הוא ענף קשיר)
 אבל $\chi(G) - \chi(G - v) = 2d(v)$ (אם v הוא ענף קשיר)

הענף v - $E - v$ הוא גרף קשיר. $\chi(G) = \chi(G - v) + 2d(v)$
 הוכחה: $\chi(G) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2 + \lambda_n^2$
 $\chi(G - v) = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i^2$ (הערות: $\lambda_n = 0$)
 $\chi(G) - \chi(G - v) = \lambda_n^2 = 0^2 = 0$ (אם v הוא ענף קשיר)
 אבל $\chi(G) - \chi(G - v) = 2d(v)$ (אם v הוא ענף קשיר)