

# בדידה 24

## פונ' יוצרות מעריכיות

⊗ מט' המרחבות (המנוכחות) האורך  $k = k_1 + k_2$  הכוללות

$$\frac{k!}{k_1! \cdot k_2!} = \binom{k}{k_1} \quad : p = a \quad k_2 = b \quad p = 1$$

⊗ מט' המרחבות האורך  $k = k_1 + k_2 + k_3$  - 3 אלקריס.

⊗ מט' המרחבות האורך  $k = \sum_{i=1}^n k_i$  -  $n$  אלקריס.

$$\binom{k}{k_1} \binom{k-k_1}{k_2} = \frac{k!}{k_1! k_2! k_3!}$$

$$\frac{k!}{k_1! \cdot \dots \cdot k_n!}$$

2)  $(1+x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^k}{k!} + \dots)^n$  כשה, מהו מקדם  $x^k$  בפיתוח

$$\underbrace{\left(1+x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^k}{k!} + \dots\right)}_{\text{פונ' } k} \cdot \dots \cdot \underbrace{\left(1+x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^k}{k!} + \dots\right)}_{\text{פונ' } k}$$

$$\sum_{k=k_1+k_2+\dots+k_n} \frac{1}{k_1! k_2! \dots k_n!} = \frac{W_k^n}{k!} \quad \Leftarrow \text{מקדם } x^k \text{ הוא:}$$

⊗ מט' המרחבות האורך  $k$  שטו אלק'  $n$  תמים הוא:  $\sum_{k=k_1+k_2+\dots+k_n} \frac{k!}{k_1! k_2! \dots k_n!} = W_k^n (= n^k)$

⊕ הפ' הוצרת המעריכית  $F$  של הסיבה  $a_k$  הוצרת  $a_k$  ע'י:

$$F(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k x^k}{k!} = a_0 + a_1 x + \frac{a_2 x^2}{2!} + \frac{a_3 x^3}{3!} + \dots$$

⊕ ציטטא, הפונקציה הוצרת המעריכית  $1$  אלק' הוא:  $(1+x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots)$

פונקציה  $f$  המוקימת את תפי מטפס סינו יוצרת מעריכית את כמת העצות

שהג  $f(0), f'(0), f''(0), \dots, f^{(k)}(0), \dots$  כומר את הסיבה

⊕  $e^x$  היא הוצרת המעריכית של  $1, 1, 1, 1, \dots$  כומר  $e^x = 1+x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

מסקופי  $(e^x)^n$  יוצרת מעריכית את  $W_k^n$   
 ומכון ש-  $W_k^n$  הוא הסיבה  $n$  אית' כק'  $0$  של  $(e^x)^n$

מחצות עם מטפסות  $0$  מט' המרחבות  $\leftarrow$  נשמט הפונקציה יוצרת מעריכית!

$$\underbrace{\left(1+x + \frac{x^2}{2!} + \dots\right)}_a \cdot \underbrace{\left(1+x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots\right)}_b \cdot \underbrace{\left(1+x + \frac{x^2}{2!} + \dots\right)}_c \cdot \underbrace{\left(1+x + \frac{x^2}{2!} + \dots\right)}_d$$

כמפ כשם הסיבות  $0$  החציות של כמו מחי (המקרה זה  $a, b, c, d$ ), נבנה

פונ' יוצרת שהיא מכפלת אורג כעצב כ' אחר מהמקסי (ה' שמטפס) אוחור  $\leftarrow$

$$\lambda x \cdot 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots = e^x \quad \text{= סדרת טיילור של } e^x$$

$$\lambda x \cdot x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = e^x - 1 \quad \text{= סדרות הופעה אחת}$$

$$\lambda x \cdot 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = ch(x) \quad \text{= מס' הופעות זוגי}$$

1, 2, 3 הכנה תמורת סדרות 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 כאלו ק סדרות, הסדרות

מופנה כי אחת לפחות פעם אחת?

$$F(x) = e^{4x} (e^x - 1)^3 = e^{4x} (e^{3x} - 3e^{2x} + 3e^x - 1) = e^{7x} - 3e^{6x} + 3e^{5x} - e^{4x}$$

$$a_k = 7^k - 3 \cdot 6^k + 3 \cdot 5^k - 4^k$$

$$\textcircled{\ast} e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \dots \Rightarrow \frac{e^x + e^{-x}}{2} = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$\lambda x \cdot x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = sh(x) \quad \text{= מס' הופעות אי זוגי}$$

$$F(x) = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 \cdot e^{3x} \quad \text{תהיה F הסוגי תמריכות}$$

$$F(x) = \frac{1}{4} (e^{2x} + 2 + e^{-2x}) \cdot e^{3x} = \frac{1}{4} (e^{5x} + 2e^{3x} + e^x)$$

$$a_k = \frac{1}{4} (5^k + 2 \cdot 3^k + 1)$$

1, 2, 3, 4 הכנה תמורת 1, 2, 3, 4 מס' הופעות זוגי?

$$F(x) = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 \cdot e^{2x} = \frac{1}{4} (e^{2x} + 2 + e^{-2x}) \cdot e^{2x} = \frac{1}{4} e^{4x} + \frac{1}{2} e^{2x} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} (e^{4x} + 2e^{2x} + 1)$$

$$a_k = \frac{1}{4} (4^k + 2 \cdot 2^{k+1} + 1) = \frac{1}{4} (4^k + 2^{k+2} + 1)$$

$$a_k = 4^{k-1} + 2^{k-1} \Rightarrow a_0 = 1 \quad \text{כאשר } k=0 \text{ נקבל}$$

1, 2, 3, 4 הכנה מחזרות כאלו ק מס' ההופעות 1 ו-2 מס' זוגי?

$$F(x) = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right) \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right) \cdot e^{2x} = \frac{1}{4} (e^{2x} - e^{-2x}) e^{2x} = \frac{1}{4} (e^{4x} - 1)$$

$$a_k = 4^{k-1} \quad \text{כאשר } k \neq 0$$

$$a_0 = 0 \quad \text{כאשר } k=0$$

# המשך בדידו 24

2) מהי הפ' היוצרת טעריית ש  $\lambda \cdot a_k$  כאשר  $a_k$  היא מס' הריבוע

המתחזרת מס'  $a, b, c, d, e, f$  : כאשר

- מס' ההופעות של  $a$  צד  $c$  - נופע פ' פחות פ' אחר  
 - מס' ההופעות של  $b$  צד  $d$  - פ' אחר

$$F(x) = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right) \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right) (e^x - 1)(e^x - x - 1) \cdot e^{2x}$$

3) צירוף ציפוף עם תכרת מס'  $k$  כנוסע עם משבחות עם מס' הריבוע

מכפלת צורף כנצד  $k$  כנוסע כאשר:

$\lambda x \cdot 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$  - צורף משבחות .

$\lambda x \cdot x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{x}{1-x}$  - פחות הפעה אחרת .

$\lambda x \cdot x^k + x^{k+1} + x^{k+2} + \dots = \frac{x^k}{1-x}$  - פחות  $k$  הפעות .

$\lambda x \cdot 1 + x^2 + x^4 + \dots = \frac{1}{1-x^2}$  - מס' הפעות צדד .

3) חשבו הפ' היוצרת הרצויה  $\lambda \cdot a_k$  כאשר  $a_k$  היא מס' הריבוע

של  $a, b, c, d$  כאשר  $a$  ו- $b$  נופע פ' פחות פ' אחרת

מס' ההופעות של  $c$  צד :

הפונ'  $F$  :

$$F(x) = \left(\frac{x}{1-x}\right)^2 \cdot \frac{1}{1-x^2} \cdot \frac{1}{1-x}$$