

# בדידה 19: קבוצות סגורות ושואף

אם  $\Sigma$  היא קבוצה סגורה אז  $\Sigma^*$  היא קבוצה סגורה

היא קבוצת כל המחרוזות המסוימת סומרי סדרות סופיות של איברי  $\Sigma$ .

$$|\Sigma^*| = \aleph_0$$

הוכחה: נשים כי מחרוזת מתוך  $\Sigma^*$  כ"כ של שני סעיף קבס  $\Sigma$ .

מחרת שמת  $\Sigma$  איברי קבוצה  $A$  היא פונ תורת  $\Sigma^*$  -  $A$ .

קבוצה שאיברי יש מחרת שמת היא קת מניה.

שימושים:

הקבוצות האלו הן קנות מניה:

⊗ המכפלים הרציונליים (  $a/b$  הוא שס )

⊗ המכפלים האינצקטיביים (= פרוקו של משואה פנינמינאזית במקדמים שלמים)

⊗ כאשר המשואה בזירוף מ"כ סדורי של השורש הוא שס.

⊗ קבוצת כל תקיית המשכה (השסו נתונה)

⊗ קבוצת כל הפסות השתירות באמצעות תכנית היא קת מניה.

⚠ כמעט כל הטל הממשיים הם "חרי שמת"! גם ממשי קיים "צב עשרוני"

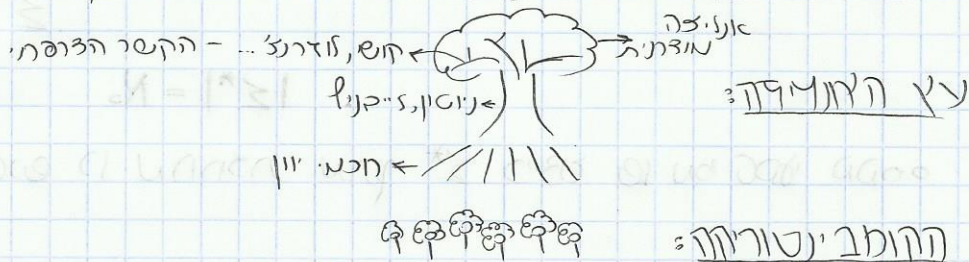
שכוא סדרת ספרות אינסופיות.

כמעט כל הטל הממשיים אינן תוקית הט"צית ה"כז אחר צי את ספרות השיתוח שלו.

כמעט כל הטל הממשיים "אינן קיים מ"כ".

# קומבינטוריקה

קומבינטוריקה מטפלת בעיות שמשו "טבלת ההצד" און ניתנות  
 זמנית, ישיר באמצעות האנליזה או האנליזה. לא רק בעיות מניה.



## שאלה מבחנית:

נתונה קב' A בת 6 אט סטטיים קטנים n-5. הוכיחו שיש קינה  
 שני 49 מסומם.

עזרונו שוקר הונוים: תהיה  $f: A \rightarrow B$  כוסר  $|A| > |B|$  אזי  
 $f$  אינה חד'.

(הוכחה) (הצד  $\leq$ ).  
 נכנס זאפורטני: אז מלי הונוים השוקר צדו ממס' התוא, יש 2 יוני  
 המונקור תא.

בתוכן השגור: את המספרים הקטנים n-5 נתוק ל-5 צעות:

$$B = \{1, 49\}, \{2, 49\}, \dots, \{24, 49\} \text{ ק שסנוז ס צוד} = 49.$$

תכא  $f$  השוקר n-A זקבי הצעות, המטואנה לכו מספר ס-A

$$\text{את הנוז סו תטו נמצא מתק"ז} \quad 25 = |B| < |A| = 26$$

מאן ש-f אינה חל'ס, כומ, ס-A שן. לז השייכ' יאותנו צוד

ול' הצד B סנומ 49

שאלה נוספת: הוכיחו: בתתן ספרה עשונית x שאינה אפס ומלי

סב' n-קיים מלי סב' סעז א ספרות לכו הותרו הסנו רך  
 מספרות x ו-0 (מא רק אפס) שמתחזק ס-n לזא שארית.

# המטרה בדידה 19

פתרון עשאתה:  $x$   
 נתקון מספיק:  $xx$   
 $\vdots$   
 $\frac{xxx \dots x}{n}$

אחרת: כמו אוקז מהי שארית מתחלקת ב- $n$  בין  $1$  ל- $n-1$ .  
 $\leftarrow$  נשי עתרון שאיך הוונים, יש סיניהם.  $2$  בעני אותה שארית חילוק ב- $n$ .  
 והפסי סיניהם מתחלקת ב- $n$ . נחסי הקטן מהשצול וקרי לסי  
 מהצורה  $0 \dots 0 \dots xx$  המתחנק ב- $n$  כנפרש!

## שיטות לניה

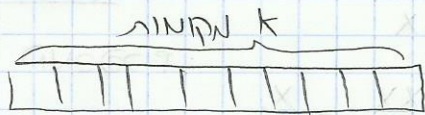
מסבנות ב-"נתונה" זה' ספר. מה עוצמתה-כומר למה אוקריס קרי.  
 פוזמא-תכני: מהנני חיתק שז איכסניס בתק מצוע קמור קעז  $n$   
 קוקוציז ראשו אינו שגשה הנתחכיז קנק.

עקרון הכפל: אם אפשר לבנות (להסיים אנו, נמוצד) כל איבר שז קרי  
 באמצעות סדרת החזקות, טוש מל אפשרויות הנתחציה הכחיה  
 כמו ה חזקה אינו תלוי בבחירה הקוצמת. במקרה צרי:  
 מל איברי הקקוציה תאו מנפיה מספכו האפשרויות בהחזקות  
 שצדיק. מינת מפתח זשימוש קכו צה כיו ו' החיבור.  
 - ההוכחה: היא הוטאת איברי הקקוציה למנפיה קרטצית שז  
 אפשרויות הבחיה:  $\square \times \square \times \dots \times \square$

## תמונות וזיהום:

תחורה היא אולי מצב שז איברי (הכרי חסוק).  
צירוף הוא אולי מצב (הכרי חסוק).  
 כמאוז מתחלק ב- $n$  חצרות איברי מופס פסי אתת לז ביותר)  
 עם חצרות נופס שיהו באולי איברי שוים.  
 אולפיז כונה שז א מתק  $n$ : נתונה קרי  $A$  בעזרת  $n$  איברי.  
 $\otimes$  תמונה עם חצרות שז א מתק  $n$  האיברי: אוזו סביות באוקי א  
 שז איברי מקי'  $A$  סזוב  $n$ .  
 פונמית: פונקציות  $A \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, n\}$ .

נוסחת מנייה: אם התמונה באורך  $k$  של איברי  $A$ , סוג  $n$ ,  $|A|=n$



הוא  $n^k$  אם ההצבה

נחשב אז כל האמצעות כולו הכפס

לכחירת האיבר המקום הראשון -  $n$  אפשרויות  
 שני -  $n$  אפשרויות  
 :  
 האחרון -  $n$  אפשרויות

אם כל הכפס  
 $n \cdot n \cdot \dots \cdot n = n^k$   
 פ.מ.ס  $k$

תמונה היא חזרות של  $k$  מתוך  $n$ : פונק' תחום  $f: \{1, 2, \dots, k\} \rightarrow A$

לכחירת האיבר הראשון -  $n$  אפשרויות  
 שני -  $n-1$   
 :  
 אחרון -  $n-k+1$  אפשרויות

מספר אהבט האחרון פ מתוך  $(1, 2, \dots, n)$   
 נסמן את זה  $P$  ע"י:

$P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$

כאשר  $k=n$ :  $P_n = n!$

16/12/13

שיעור 20

צירופים היא חזרות של  $k$  מתוך  $n$ : הרי כן קבוצות - תת קבוצות

כעת א איברים של קב' סת  $n$  איברים

את מספרן מסמנים  $C(n, k)$  או  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

נפתח את הנכסיה עבור  $\binom{n}{k}$   $n-1$  ו- $k-1$  סוגים

נחשב את מש' הסצרות זוג חזרות באופן הבא: נבנה סדרה ע"י 2 החטאת

$\binom{n}{k} =$  המספר האפשרי: סחית  $k$  איברים

המספר שנייה כחירת תמונה  $k$  של הנוסח =  $k!$

$\binom{n}{k} \cdot k! = P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$

$\binom{n}{k} = \frac{P(n, k)}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{(n-k)! k!}$

עם דקרון הכפס: מספר א הסצרות / מספר א הקטנים

2/2 פתרון השאלה - כמה נק' חיתוך אלכסונים מסובג קבא א צבירות 2

קיימת פ' הסיכה בין קב' נק' החיתוך פתן תת הקבוצות מסובגה 4 של קב'

$n$  הקבוצות (כ  $4$  קבוצות יוצר ריבוע  $\square$  יש נק' חיתוך אחת)

פן של הקבוצות הוא  $\binom{n}{4}$