מבנ"ת הרצאה 3

אמורטיזציה:

מערכים מורחבים extendables

הגדלה של המערך כאשר הוא מלא.

נניח: N הוא גודל [illegible] המערך המקורי.

עד שנצטרך לעשות פעולה יקרה, נוכל לעשות

N-1 פעולות זולות.

ועוד פעולה יקרה של 2N+1

סך הכל 3N פעולות עבור N פעולות push

האמורטיזציה של פעולה יחידה היא $3 = O(1)$

בממוצע: סכום של שתי פעולות לינארית $O(n)$ זמן.

נניח שהגודל של המערך הוא $n = 2^k + 1$

מס' הפעולות:

$$1+1+1+1+\dots+1+(1+2+4+\dots+2^k) = n+\underbrace{2^{k+1}}_{2(n-1)}-1 = O(n)$$

$2(n-1)-1$

$3n-3 = O(n)$

רשימות מקושרות: Singly -

המקור: מצביע על A

כשאין איברים ב- null, וכל פעולה retrieve

תיכשל, נעשה אותו

מה הדלג המשוכלל:

n inserts / retrives

d deletes

$$O\left(n + \sum_{i=1}^{k} i_k + d\right)$$

delete $O(n)$

$O(k)$ Retrive.

ניתוח הבנק

משתמשים Token כמו על כל פעולה,

כאשר Token הינו משאבים שלנו,

אנו רק לו פעולות, שם רק לה חשבון.

ונוח אין לו מספיק אנו לוקח לקופה חשבון.

כאשר הרעיון לא לקחת מכסה הכסף שיש לו (Tokens)

התוכנה של מחסנית מחסנית; m פעולות m3 מטבע

על כל פעולה אנו משלם ~~...~~ Token

ושם 2 בבנק וזה מטבעות לבנק לחלופין

אם המחסנית יש לו מספיק בקופה חשבון כדי

לבצע אותה.

צריך להוכיח; אנו לא מגיעים אף פעם.

כל גבולה "לא נגמר" לו מחסנית ואנו מוסך משהו

בכניסה של המחסנית, מבוססת חסם על

הפעולות שביצענו (הכפל שביצעתי)

[illegible]!

$$\frac{1}{\sqrt{t}\sqrt{t+2}} \quad \frac{1}{\sqrt{t+2}} \quad \frac{1}{\sqrt{t+2}} \quad \frac{\sqrt{t+2}-\sqrt{t}}{t\sqrt{t+2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{t-\sqrt2}\,\sqrt{t+\sqrt2}} \neq \frac{1}{\sqrt{t-\sqrt2}}-\frac{1}{\sqrt{t+\sqrt2}} = \frac{\sqrt{t+\sqrt2}-\sqrt{t-\sqrt2}}{\sqrt{t^2-2}} = \frac{2\sqrt2}{\sqrt{t+\sqrt2}\sqrt{t-\sqrt2}\left(\sqrt{t+\sqrt2}+\sqrt{t-\sqrt2}\right)}$$

$$= \frac{2\sqrt2}{t\sqrt{t-\sqrt2}+\sqrt2\sqrt{t-\sqrt2}+t\sqrt{t+\sqrt2}}$$

$$\text{amort}(op) = \text{time}(op) + \Phi_{after} - \Phi_{before}$$

$$\text{amort}(op_i) = \text{time}(op_i) + \Phi_i - \Phi_{i-1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \text{amort}(op_i) = \sum_{i=1}^{n} \text{time}(op_i) + \sum_{i=1}^{n} (\Phi_i - \Phi_{i-1}) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \text{time}(op_i) + \Phi_n - \Phi_0$$

$\Phi_0 = 0$ → Bank account

This holds for any potential function

$\Phi_n \geq 0$ → never overdraft

[illegible]

[illegible]

[illegible] Φ

extendable Arrays

$$\Phi(M, n) = \begin{cases} 2n - M & \text{if } n \geq \frac{M}{2} \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

[illegible]

[illegible]

כשמורידים ~~[illegible]~~ לא נכון

$$amort(Insert-Last) = \underbrace{time(Insert\ last)}_{1} + \underbrace{\Phi(M, n+1) - \Phi(M, n)}_{\le 2}$$

$t = x^5$

$\frac{1}{\sqrt{t^2-2}} dt \qquad u = t + \sqrt{t^2-2}$

$\frac{du}{dt} = \frac{2\sqrt{t^2-2} + 2t}{\sqrt{t^2-2}} = \frac{2u}{\sqrt{t^2-2}}$

כשמוסיפים נכון

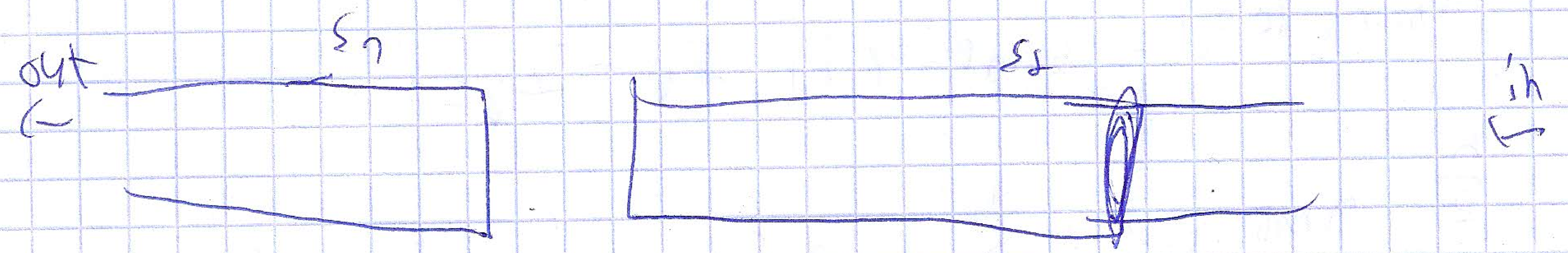
$$amort(Insert-Last) = \underbrace{time(Insert\ last)}_{M+1} + \underbrace{\Phi(2M, M-1) - \Phi(M, M)}_{2-M}$$

$+$

3

$\frac{1}{2u} du = \frac{1}{2} \ln x^5 + \sqrt{x^{10}-2}$

תור בעזרת 2 מחסניות:



אם out ריקה, אזי נעביר את כל המחסנית

S_2 ל S_1

Amortized

$\Phi(D) = |S_2|$

תורים עם כיוונים!

[illegible] pop כמו [illegible] כי אז

[illegible] ריק

[illegible]

[illegible], עם [illegible] ל S_1 - [illegible]

[illegible] ל S_2

ויזכר לפעמים
כל פעם pop
לכל אחד של [illegible]
ועלול להפעיל
בפעולה [illegible] 3
Amortized $= O(1)$ אז
לכל פעולה

Amort $\quad \Phi(D) = ||S_1| - |S_2||$

$\Phi = |S_1|$ לפני פעולה = "רעה"

$\Phi \le 1$ אחרי פעולה "רעה"

$\Delta\Phi \ge |S_1| - 1$ לפי הפעולה [illegible]