

הצבת מילרד

$$\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c}) dx$$

הצבת מילרד:

$$\sqrt{ax^2+bx+c} = t - \sqrt{a}x$$

מקרה 1: $a > 0$

$$ax^2+bx+c = t^2 - 2\sqrt{a}tx + ax^2$$

$$x = \frac{t^2 - c}{b + 2\sqrt{a}t}$$

$$\sqrt{ax^2+bx+c} = xt + \sqrt{c}$$

מקרה 2: $a < 0$

מקרה 3: $f = ax^2+bx+c$ יש שני שורשים, ובמקרה זה

$$\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a(x-x_1)(x-x_2)} = (x-x_1)\sqrt{a\frac{x-x_2}{x-x_1}}$$

דוגמה:

$$\int \frac{dx}{x + \sqrt{x^2-x+1}}$$

$$a=1, b=-1, c=1$$

$$x = \frac{t^2-1}{-1+2t}$$

מקרה 1

$$\sqrt{x^2-x+1} = t-x$$

$$dx = \frac{2t(2t-1) - 2(t^2-1)}{(2t-1)^2} dt$$

$$= \int \frac{\frac{2t(2t-1)}{(2t-1)^2} - 2(t^2-1)}{x+t-x} dt$$

פונקציות רציונליות
כגילוף

$$\int R(\sin x, \cos x) dx$$

הצבת טריגונומטרית

$$t = \tan \frac{x}{2}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \sin x = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$dx = \frac{2}{1+t^2} dt$$

$$\int \frac{dx}{\sin^3 x} = \int \left(\frac{1+t^2}{2t}\right)^3 \cdot \frac{2}{1+t^2} dt$$

פונקציות רציונליות

דוגמה:

$$\int \sin^6 x \cdot \cos^7 x dx =$$

דוגמה 2: הצבת טריגונומטרית לא תמיד היא טובה:

$$= \sin^6 x (1 - \sin^2 x)^3 \cdot \cos x dx$$

$$t = \sin x \quad \text{יהיה הרבה יותר פשוט}$$

נציב

הצבת נוספות

$$dx = a \cos t dt$$

$$x = a \sin t$$

$$\int R(x, \sqrt{x^2-a^2})$$

$$x = \frac{a}{\cos t}$$

$$\int R(x, \sqrt{a^2-x^2})$$

$$x = a \tan t$$

$$\int R(x, \sqrt{x^2+a^2})$$